

Прямоугольная квартира

Автор задачи и разработчик: Алексей Мизненко

Сначала предположим, что квартира черепашки бесконечна и не содержит мебели. Рассмотрим, какие клетки посетит черепашка, если начнёт свой путь из клетки $(1, 1)$. Если черепашка в итоге сдвинется направо больше, чем на m , то ответ на задачу 0. Иначе, для каждого y от 1 до m нетрудно видеть, что черепашка, либо не посетит ни одной клетки в столбце y , либо посетит отрезок клеток $[l_y, r_y]$: то есть все клетки (x, y) , где $l_y \leq x \leq r_y$.

Величины l_y и r_y можно посчитать заранее за $\mathcal{O}(|s|)$. С помощью этих величин уже нетрудно за $\mathcal{O}(m)$ для фиксированной клетки (i, j) проверить, что она подходит под условие задачи:

- Для каждого y от 1 до m , если отрезок $[l_y, r_y]$ не пустой, надо убедиться, что $j + y - 1 \leq m$, а так же, что все клетки в этом столбце на отрезке $[i + l_y - 1, i + r_y - 1]$ существуют и не заняты мебелью.

Чтобы для каждого столбца осуществлять эту проверку эффективно, достаточно в каждом столбце насчитать префиксные суммы. Такой способ позволит проверять фиксированную клетку за $\mathcal{O}(m)$, что даёт решение за $\mathcal{O}(|s| + nm^2)$, если сделать проверку для каждой клетки независимо. Этого решения достаточно, чтобы сдать задачу на полный балл.

Данная задача также решается за $\mathcal{O}(|s| + nm \log(nm))$ с помощью перемножения двумерного многочленов, но это не требовалось.